2015 年度修士論文要旨

多様な基準を考慮した施設配置問題の考察

関西学院大学大学院理工学研究科
数理科学専攻　石井研究室　佐々木祐介

1　複合施設における配置問題のあらすじ

本研究では望まれる施設と望まれない施設を建設する際に、同じ場所に複合施設として建設するべきか、別々の場所に単独の施設として建設すべきかを考える。この問題について定式化し、その解法を与える。

2　問題の定式化

(1) 需要点を $D_i = (a_i, b_i), i = 1, 2, \ldots, m$ とする。いくつかの障害物 $B_k = \{(x, y) | B_k^1 \le x \le B_k^2, B_k^3 \le y \le B_k^4\}$, $(k = 1, 2, \ldots, s)$ がある都市部 $X = \{(x, y) | 0 \le x \le p_0, 0 \le y \le q_0\}$ に施設の建設候補地 $FP_j = (p_j, q_j), (j = 1, 2, \ldots, n)$ があるとする。

(2)

A : 望ましい施設　（需要点からの最大の距離が最小となるようにする。）
B : 望ましくない施設　（需要点からの最小の距離が最大となるようにする。）

この施設 A と B は 1 つの複合施設として建設をするべきか、また別々の施設として建設するべきかを考える。各建設候補地 FP_j に A, B それぞれの建設費用を仮定する。建設費用は確率変数として A, B それぞれを CA_j, CB_j とする。また、同様に複合施設に関しては CS_j とする。

- CA_j : 平均 m_{1j}, 分散 σ_{1j}^2 である正規分布に従う確率変数として考える。
- CB_j : 平均 m_{2j}, 分散 σ_{2j}^2 である正規分布に従う確率変数として考える。
  また、全体の建設費は A と B の合計とする。
- CS_j : 平均 m_{3j}, 分散 σ_{3j}^2 である正規分布に従う確率変数として考える.

(3) まず、確率 $\alpha > \frac{1}{2}$ のもとで予算 f を考える。このとき、できるだけ予算 f を少なくしたい。

$$\Pr\{CA_j \le f\} \ge \alpha \Leftrightarrow \Pr\left\{\frac{CA_j - m_{1j}}{\sigma_{1j}} \le \frac{f - m_{1j}}{\sigma_{1j}}\right\} \ge \alpha \Leftrightarrow f \ge m_{1j} + K_\alpha \sigma_{1j}$$

$\frac{CA_j - m_{1j}}{\sigma_{1j}}$: 標準正規分布に従う確率変数
K_α : 標準正規分布の累積分布関数 F がαとなる点 $F(K_\alpha) = \alpha$

すなわち

$$\begin{cases} f \ge m_{1j} + K_\alpha \sigma_{1j} & (A : \text{場所 } j) \\ f \ge m_{2j} + K_\alpha \sigma_{2j} & (B : \text{場所 } j) \\ f \ge m_{3j} + K_\alpha \sigma_{3j} & (A, B : \text{場所 } j) \end{cases}$$

※ただし、A と B がそれぞれ別々の候補地で建設されるとき、建設費の分布を独立と仮定すると、予算の制限は $f \ge (m_{1i} + m_{2j}) + K_\alpha(\sigma_{1i} + \sigma_{2j})$ となる。

(4) 需要点 $D_i, (i = 1, 2, \ldots, m)$ と候補地 $FP_j, (j = 1, 2, \ldots, n)$ との距離を $d(i, j)$ とする。この $d(i, j)$ をネットワークアルゴリズムの最短経路の求める方法を用いて計算する。$N(V, E)$　(Lawler,1976)

- まず、$d_A(j) = \max\{d(i, j) | i = 1, 2, \ldots, m\}$ について考える。このとき、$d_A(j), j = 1, 2, \ldots, n$ の中で最小を与える $j = j_A$ を考える。
- 次に、$d_B(j) = \max\{d(i, j) | i = 1, 2, \ldots, m\}$ について考える。このとき、$d_B(j), j = 1, 2, \ldots, n$ の中で最小を与える $j = j_B$ を考える。

- そして、予算の最小値 F を求める。

$$F = \min\{m_{1j_A} + K_\alpha\sigma_{1j_A} + m_{2j_B} + K_\alpha\sigma_{2j_B}, m_{3j_C} + K_\alpha\sigma_{3j_C}\}$$

j_A : 施設Aの設置場所
j_B : 施設Bの設置場所（ただしAと別々に設置されたとき）
j_C : 複合施設の設置場所（AとBが1つの施設として設置されたとき）

もし、(i,j) が $m_{1i} + m_{2j} + K_\alpha(\sigma_{1i} + \sigma_{2j}) > \max\{m_{3i} + K_\alpha\sigma_{3i}, m_{3j} + K_\alpha\sigma_{3j}\}$ となるならば、

$$F = \min\{m_{3i} + K_\alpha\sigma_{3i} | i = 1, 2, \ldots, n\}$$

となる。

3　給食センターにおける配置問題のあらすじ

本研究ではある地域での学校給食を提供するセンターの最適建設場所とその配達方法を決定するモデルを考察する。学校給食は小学校等の児童に十分な栄養を与えるという重要な課題である。すべての小学校に昼食時間までに給食を届けるためには学校への距離や材料の準備から考えてセンターの位置が鍵となる。通常建設可能な場所は限られているので、候補地は有限あるいは限定された場所と仮定する。問題の定式化の後、最初候補地が有限個の場合を考える。この場合の結果に基づいて次に候補地が無限であるが有限個の長方形領域に限定されている場合について考察する。最後に結果を要約し、今後の課題について議論する。

4　定式化

次の施設配置問題を考える。
(1) ある都市地域に m 個の学校 $S_1, S_2, \ldots, S_m$ と新しい給食センターの n 個の候補地 $F_1, F_2, \ldots, F_n$ がある。
(2) 毎朝業者がセンターに給食の材料を届ける。その後、センターは給食つくりを始め、給食配達車がスタートする前に完了する。配達車は受け持ちの学校に昼食時間前に給食を届ける。このため、学校を r 個の配達車 $T_1, T_2, \ldots, T_r$ にグループ分けする。
(3) センターから業者、すべての学校への直角距離を考慮して、すべての学校の中で、給食配達時間がもっとも遅くなる時間を最小にするようにセンターの最適建設場所を決める。
最初に各候補地 $F_i, i = 1, 2, \ldots, n$ から各学校 $S_j, j = 1, 2, \ldots, m$ への直角距離 d_{ij} を計算する。$F_i = (c_x^i, c_y^i), S_j = (s_x^j, s_y^j)$ とすると $d_{ij} = |c_x^i - s_x^j| + |c_y^i - s_y^j|$ であり、 d_{ij} を各 F_i ごとにソートして $d_{ii(1)} \leq d_{ii(2)} \leq \cdots \leq d_{ii(k)} \leq \cdots \leq d_{ii(m)}$ とする。それからセンターを F_i に設置した場合の学校の r 個配送トラックへの受け持ち割り当てを以下のように決定する。ただし、容量の関係でトラックは1回に1校に給食を運んで帰ってくるとする、また、時間は距離に完全に比例するとする。したがって、最後に配送する学校以外は1回の往復で対応する学校への距離の2倍かかるので、分割は各配送車について最後の学校への距離＋途中の配達の学校の距離の2倍の和を考え、この和を最小にするように学校を分割すればよい。したがって次のような分割法が考えられる。
まず、長い方から r 個の距離を選んで、学校 $S_{i(m-t+1)}$ を配送車 $T_t, t = 1, 2, \ldots, r$ へ1つずつ割り当てる。また残りの学校 $S_{i(k)}$ に対して $\bar{d}_{ik} = 2d_{ii(k)}, k = 1, 2, \ldots, m - r$ とする。

参考文献

[1] Elzinga J. and Hearn D.W. (1972). Geometric Solutions for Some Minimax Location Problem. Transportation Science, 6, 379-394.
[2] T. Matutomi and H. Ishii, Minimax location problem with A-distance, Journal of the Operations Research Society of Japan,Vol.41, pp. 181-185, 1998.
[3] Ishii,H. and Sasaki,Y. (2014) Optimal facility location problem under stochastic construction cost and barriers. 16th Asia Pacific Management Conference, Kobe.
[4] Sasaki,Y. and Ishii,H. (2015) Facility location problem for supply center of school lunch. 17th Asia Pacific Management Conference, Seoul.